

```
(%i43) kill(all)$
        assume(R1>0,R2>0,R3>0,Rg>0,Rz>0,R>0)$
```

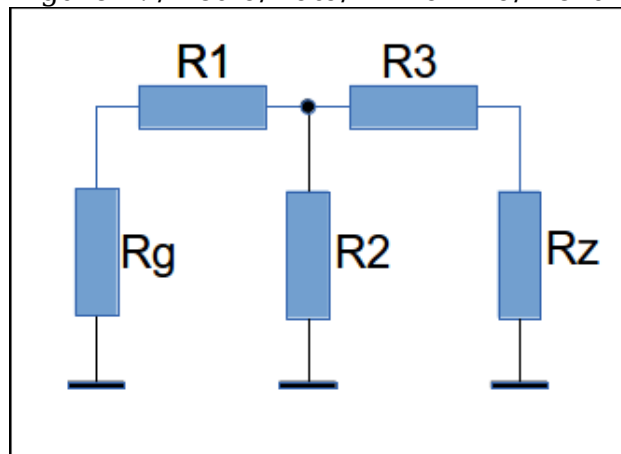
Výpočet útlumového článku Pi + T

Výpočet je proveden v CAS programu wxMaxima [<http://maxima.sourceforge.net/>]
[\[http://en.wikipedia.org/wiki/List_of_computer_algebra_systems\]](http://en.wikipedia.org/wiki/List_of_computer_algebra_systems)
 Vypracoval: Derka Ladislav

1 Článek T - Výpočet odporu zdroje a zátěže

Součástky jsou zapojeny postupně od zdroje k zátěži:

Figure 1: /media/Data/wxMaxima/Elektro/Att_T.png



1.1 Odvození vzorců - směr Rz -> Rg

Jedna rovnice

```
(%i2) RaT: (Rz+R3)$
      eqaT: Rg=R1+RaT*R2/(RaT+R2);
```

```
(%o3) 
$$Rg = \frac{R2(R3 + Rz)}{R3 + R2 + Rz} + R1$$

```

1.2 Odvození vzorců - směr Rg -> Rz

Druhá rovnice

```
(%i4) RbT: (Rg+R1)$
eqbT: Rz=R3+RbT*R2/(RbT+R2);
```

$$(\%05) \quad R_z = R_3 + \frac{(R_1 + R_g) R_2}{R_2 + R_1 + R_g}$$

1.3 Výpočet odporu Rg + Rz obecně

Zadání známých hodnot [R1,R2,R3]

```
(%i6) ZadaniT: [R1=150,R2=300,R3=150];
```

```
(%06) [ R1 = 150 , R2 = 300 , R3 = 150 ]
```

Soustava dvou rovnic o dvou neznámých [Rg,Rz]

```
(%i7) eqT: at([eqaT,eqbT],ZadaniT);
```

$$(\%07) \quad [R_g = \frac{300 (R_z + 150)}{R_z + 450} + 150 , R_z = \frac{300 (R_g + 150)}{R_g + 450} + 150]$$

Řešení pomocí solveru (v excelu lze použít řešitel)

```
(%i8) soT: solve(eqT,[Rg,Rz]);
srT: float(soT[2]);
```

$$(\%08) \quad [[R_g = -\frac{18 \cdot 5^{9/2} + 18750}{5^{5/2} + 75} , R_z = -6 \cdot 5^{5/2}] , [R_g = -\frac{18 \cdot 5^{9/2} - 18750}{5^{5/2} - 75} , R_z = 6 \cdot 5^{5/2}]]$$

$$(\%09) \quad [R_g = 335.4101966249692 , R_z = 335.4101966249685]$$

1.4 Výpočet útlumu (pokračování)

Sestavení obecné rovnice článku T pro útlum [dB]

```
(%i10) RcT: (R2*(R3+Rz))/(R3+R2+Rz)$
UtT: 20*log(2*((R1+RcT)/(Rg+RcT+R1))*(RcT/(RcT+R1))*(Rz/(Rz+R3)))/log(10);
```

$$(\%o11) \frac{20 \log \left(\frac{2 R_z R_2}{(R_3 + R_2 + R_z) \left(\frac{R_2 (R_3 + R_z)}{R_3 + R_2 + R_z} + R_1 + R_g \right)} \right)}{\log(10)}$$

Automatické dosazení a výsledek v dB

```
(%i12) float(at(at(UtT,ZadaniT),srT));
```

```
(%o12) - 8.359505609999157
```

1.5 Výpočet odporu Rg + Rz pokud R1 = R3

Pokud R1=R3, pak obvod je symetrický a platí Rg=Rz

Pro jednoduchost označíme Rg a Rz symbolem R

Počítáme tedy R z jedné rovnice (z druhé vyjde stejný výsledek)

```
(%i13) at(eqaT,[R3=R1,Rg=R,Rz=R]);
solve(%,R);
sjT: %[2];
```

$$(\%o13) R = \frac{(R_1 + R) R_2}{R_2 + R_1 + R} + R_1$$

$$(\%o14) [R = -\sqrt{R_1} \sqrt{2 R_2 + R_1}, R = \sqrt{R_1} \sqrt{2 R_2 + R_1}]$$

$$(\%o15) R = \sqrt{R_1} \sqrt{2 R_2 + R_1}$$

Dosadíme známé hodnoty a vyjde číselně R

```
(%i16) float(at(sjT, ZadaniT));
```

```
(%o16) R=335.4101966249684
```

1.6 Výpočet R1,R2 z požadovaného útlumu

Symetrický článek T:

platí R3 = R1

R je vstupní i výstupní impedance

```
(%i17) k = 10^(-abs(dB)/20);
R1 = R * (1 - k)/(1 + k);
R2 = R * 2/(1/k - k);
```

$$(\%017) \quad k = \frac{1}{10^{\frac{|dB|}{20}}}$$

$$(\%018) \quad R1 = \frac{(1 - k)R}{k + 1}$$

$$(\%019) \quad R2 = \frac{2R}{\frac{1}{k} - k}$$

Zapsáno jako funkce

```
(%i20) fT(R,dB):=block([k,R1,R2],
    k: 10^(-abs(dB)/20),
    R1: R * (1 - k)/(1 + k),
    R2: R * 2/(1/k - k),
    [R1,R2]
)$
```

Kontrolní výpočet

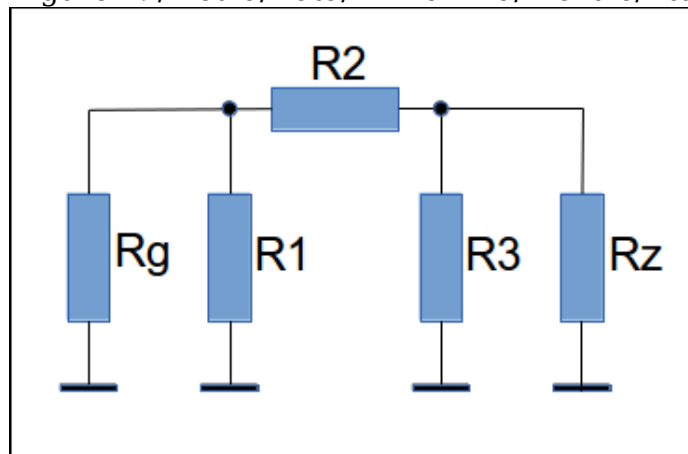
```
(%i21) [R1,R2] = fT(335.4101966249684, 8.359505609999157);

(%o21) [R1 , R2 ] = [ 150.00000000000001 , 299.99999999999996 ]
```

2 Článek *Pi* - Výpočet odporu zdroje a zátěže

Součástky jsou zapojeny postupně od zdroje k zátěži:

Figure 2: /media/Data/wxMaxima/Elektro/Att_Pi.png



2.1 Odvození vzorců - směr $R_z \rightarrow R_g$

Jedna rovnice

$$\begin{aligned} \text{RaP: } R_z \cdot R_3 / (R_z + R_3) + R_2 \\ \text{eqaP: } R_g = R_a P \cdot R_1 / (R_a P + R_1); \end{aligned}$$

$$\text{(%o23) } R_g = \frac{R_1 \left(\frac{R_z R_3}{R_3 + R_z} + R_2 \right)}{\frac{R_z R_3}{R_3 + R_z} + R_2 + R_1}$$

2.2 Odvození vzorců - směr Rg -> Rz

Druhá rovnice

$$\begin{aligned} \text{(%i24) } R_b P: R_g \cdot R_1 / (R_g + R_1) + R_2 \\ \text{eqbP: } R_z = R_b P \cdot R_3 / (R_b P + R_3); \end{aligned}$$

$$\text{(%o25) } R_z = \frac{\left(R_2 + \frac{R_g R_1}{R_1 + R_g} \right) R_3}{R_3 + R_2 + \frac{R_g R_1}{R_1 + R_g}}$$

2.3 Výpočet odporu Rg + Rz

Zadání známých hodnot [R1,R2,R3]

$$\text{(%i26) } \text{ZadaniP: } [R_1=200, R_2=60, R_3=200];$$

$$\text{(%o26) } [R_1=200, R_2=60, R_3=200]$$

Soustava dvou rovnic o dvou neznámých [Rg,Rz]

$$\text{(%i27) } \text{eqP: at([eqaP,eqbP],ZadaniP);}$$

$$\text{(%o27) } [R_g = \frac{200 \left(\frac{200 R_z}{R_z + 200} + 60 \right)}{\frac{200 R_z}{R_z + 200} + 260}, R_z = \frac{200 \left(\frac{200 R_g}{R_g + 200} + 60 \right)}{\frac{200 R_g}{R_g + 200} + 260}]$$

Řešení pomocí solveru (v excelu lze použít řešitel)

$$\text{(%i28) } \text{soP: solve(eqP,[Rg,Rz]);}$$

```
srP: float(%)[2];
```

```
(%o28) [ [ Rg = - \frac{600 \sqrt{23} + 2600 \sqrt{3}}{13 \sqrt{23} + 23 \sqrt{3}}, Rz = - \frac{200 \sqrt{3}}{\sqrt{23}} ], [ Rg = - \frac{600 \sqrt{23} - 2600 \sqrt{3}}{13 \sqrt{23} - 23 \sqrt{3}}, Rz = \frac{200 \sqrt{3}}{\sqrt{23}} ] ]
(%o29) [ Rg = 72.23151185146152, Rz = 72.23151185146152 ]
```

2.4 Výpočet útlumu (pokračování)

Sestavení obecné rovnice článku Pi pro útlum [dB]

```
(%i30) RcP: (R3*Rz)/(R3+Rz)$
      RdP: (RcP+R2)*R1/(RcP+R2+R1)$
      UtP: 20*log(2*(RdP/(RdP+Rg))*(RcP/(R2+RcP)))/log(10);
```

$$20 \log \left(\frac{2 R_z R_1 R_3}{(R_3 + R_z) \left(\frac{R_z R_3}{R_3 + R_z} + R_2 + R_1 \right) \left(\frac{R_1 \left(\frac{R_z R_3}{R_3 + R_z} + R_2 \right)}{\frac{R_z R_3}{R_3 + R_z} + R_2 + R_1} + R_g \right)} \right) \\ \text{(%o32) } \frac{\log(10)}$$

Automatické dosazení a výsledek v dB

```
(%i33) float(at(at(UtP,ZadaniP),srP));

(%o33) - 6.570292782303837
```

2.5 Výpočet odporu Rg + Rz pokud R1 = R3

Pokud R1=R3, pak obvod je symetrický a platí Rg=Rz

Pro jednoduchost označíme Rg a Rz symbolem R

Počítáme tedy R z jedné rovnice (z druhé vyjde stejný výsledek)

```
(%i34) at(eqaP,[R3=R1,Rg=R,Rz=R]);
      solve(%,R);
      sjP: %[2];
```

$$(\%034) \quad R = \frac{R1 \left(R2 + \frac{R R1}{R1 + R} \right)}{R2 + \frac{R R1}{R1 + R} + R1}$$

$$(\%035) \quad \left[R = -\frac{R1 \sqrt{R2}}{\sqrt{R2 + 2 R1}}, R = \frac{R1 \sqrt{R2}}{\sqrt{R2 + 2 R1}} \right]$$

$$(\%036) \quad R = \frac{R1 \sqrt{R2}}{\sqrt{R2 + 2 R1}}$$

Dosadíme známé hodnoty a vyjde číselně R

```
(%i37) float(at(sjP, ZadaniP));
```

```
(%o37) R=72.23151185146152
```

2.6 Výpočet R1,R2 z požadovaného útlumu

Symetrický článek Pí:

platí $R3 = R1$

R je vstupní i výstupní impedance

```
(%i38) k = 10^(-abs(dB)/20);
      R1 = R * (1 + k)/(1 - k);
      R2 = R * (1/k - k)/2;
```

$$(\%038) \quad k = \frac{1}{10^{\frac{|dB|}{20}}}$$

$$(\%039) \quad R1 = \frac{(k+1)R}{1-k}$$

$$(\%040) \quad R2 = \frac{\left(\frac{1}{k} - k\right)R}{2}$$

Zapsáno jako funkce

```
(%i41) fP(R,dB):=block([k,R1,R2],
      k: 10^(-abs(dB)/20),
      R1: R * (1 + k)/(1 - k),
      R2: R * (1/k - k)/2,
      [R1,R2]
    );
```

$$(\%o41) \quad fP(R, dB) := \text{block} \left([k, R1, R2], k : 10^{\frac{-|dB|}{20}}, R1 : \frac{R(1+k)}{1-k}, R2 : \frac{R\left(\frac{1}{k} - k\right)}{2}, [R1, R2] \right)$$

Kontrolní výpočet

(%i42) [R1,R2] = fP(72.23151185146152, 6.570292782303837);

(%o42) [R1, R2] = [200.00000000000001, 59.99999999999999]

Created with [wxMaxima](http://wxMaxima.sourceforge.net/).